

# Αναγνώριση Μοντέλων Κατασκευών βάσει Μετρήσεων των Ταλαντώσεων σε Περιβαλλοντικές και Σεισμικές Διεγέρσεις

Structural Identification based on Ambient and Earthquake Induced Vibrations

Κώστας ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ.<sup>1</sup>., Ευάγγελος ΝΤΟΤΣΙΟΣ.<sup>2</sup>., Ιωάννης ΝΙΚΟΛΑΟΥ.<sup>3</sup>.

**ΠΕΡΙΛΗΨΗ:** Η εργασία αποσκοπεί στην παρουσίαση των μεθόδων αναγνώρισης ιδιομορφικών μοντέλων και μεθόδων αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών με βάση τις μετρήσεις των ταλαντώσεων που προέρχονται από περιβαλλοντικές (άνεμος, κυκλοφορία οχημάτων, θόρυβος) και σεισμικές διεγέρσεις. Παρουσιάζεται επίσης, μια σύντομη περιγραφή των διαθέσιμων λογισμικών με εύχρηστο γραφικό περιβάλλον τα οποία έχουν αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για την υποβοήθηση του χρήστη στην διεξαγωγή της διαδικασίας αναγνώρισης ιδιομορφικών μοντέλων και αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Οι δυνατότητες των μεθόδων επιδεικνύονται με επιλεγμένες εφαρμογές σε προσομοιωμένα δεδομένα της γέφυρας του Πολύμυλου υποβαλλόμενη σε φορτία οδικής κυκλοφορίας και σε χαμηλής έντασης σεισμικές διεγέρσεις.

**ABSTRACT:** The objective of this work is to present methods for modal identification and finite element model updating of structures based on vibration measurements induced by ambient (wind, traffic, noise) and earthquake excitations. A brief presentation of the available graphical user interface software that has been developed by the System Dynamics Laboratory at University of Thessaly, is also outlined for computing the modal properties, as well as for finite element model updating using the identified modal properties. The capabilities of these methodologies are demonstrated with selected applications using simulated ambient vibration data from a structure, and measured vibration data from the Polymylos bridge, induced by traffic loading and by a low level earthquake event.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>. Καθηγητής Δυναμικής των Κατασκευών, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, email: .<u>costasp@uth.gr</u>.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Διδακτορικός Φοιτητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, email: <u>entotsio@uth.gr</u>.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Μεταπτυχιακός Φοιτητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, email: .<u>ionikola@uth.gr</u>.

#### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο προσδιορισμός των δυναμικών χαρακτηριστικών κατασκευών βάσει μετρήσεων της δυναμικής τους απόκρισης έχει προσελκύσει τα τελευταία χρόνια αυξανόμενο ερευνητικό ενδιαφέρον διεθνώς. Η ταλαντωτική συμπεριφορά σύνθετων κατασκευών που προκαλούνται από τεχνητές διεγέρσεις καθώς και από περιβαλλοντικά λειτουργικά φορτία αλλά και σεισμικά φορτία μετρείται με δίκτυο αισθητήρων τοποθετημένων σε συγκεκριμένα σημεία της κατασκευής και δίνει τη δυνατότητα να μελετηθεί ποσοτικά και ποιοτικά η δυναμική συμπεριφορά της. Η καταγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς σύνθετων κατασκευών έχει αποκτήσει τεράστιο ενδιαφέρον λόγω της σχετικής ευκολίας στην ενοργάνωση αλλά κυρίως ισχυρότατων τεχνικών λόγω της ανάπτυξης αναγνώρισης των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών της κατασκευής καθώς και αναθεώρησης του αντίστοιχου μοντέλου (πεπερασμένων στοιχείων) της κατασκευής που χρησιμοποιείται για προσομοιώσεις της συμπεριφοράς της. Οι πληροφορίες που προκύπτουν από τα αναγνωρισμένα ιδιομορφικά μοντέλα αλλά και από τα αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για την αποδοχή των παραδοχών που χρησιμοποιούνται κατά την κατασκευή ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων ή για βελτίωση των τεχνικών μοντελοποίησης, ανάλυσης και σχεδιασμού κατασκευών. Επιπροσθέτως, οι πληροφορίες αυτές είναι σημαντικές και για τον έλεγχο της δομικής ακεραιότητας της κατασκευής.

Ο υπολογισμός των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών απαιτεί εφαρμογή μεθόδων αναγνώρισης συστημάτων οι οποίες επεξεργάζονται δεδομένα εισόδου-εξόδου, όπως στην περίπτωση που η απόκριση προκαλείται από γνωστές (μετρούμενες) δυνάμεις ή από γνωστές επιταχύνσεις στις στηρίξεις της κατασκευής όπως είναι οι επιταχύνσεις που μετρούνται στη βάση μιας κατασκευής κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, αλλά και μόνο εξόδου για την περίπτωση που η απόκριση προκαλείται από άγνωστα λειτουργικά φορτία. Οι αλγόριθμοι ιδιομορφικής αναγνώρισης παρέχουν εκτιμήσεις για τις ιδιοσυχνότητες, τους συντελεστές απόσβεσης, τις ιδιομορφές και τους ιδιομορφικούς συντελεστές συνεισφοράς στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας της κατασκευής χρησιμοποιώντας ιδιομορφικά μοντέλα κλασικής ή μη κλασικής απόσβεσης.

Για τις περιπτώσεις που είναι γνωστές οι διεγέρσεις στην κατασκευή όπως είναι όταν οι ταλαντώσεις προκαλούνται από μετρούμενες σεισμικές διεγέρσεις στη βάση της κατασκευής έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι ιδιομορφικής αναγνώρισης που εργάζονται τόσο στο πεδίο χρόνου (Beck 1978; Beck and Jennings 1980) αλλά και στο πεδίο συχνοτήτων (McVerry 1980), οι οποίες βασίζονται στην ελαχιστοποίηση ενός μέτρου της διαφοράς των χρονοιστοριών ή του μετασχηματισμού Fourier, μεταξύ των επιταχύνσεων που μετρούνται στην κατασκευής κατασκευή και των αντίστοιχων επιταχύνσεων που προβλέπονται από το ιδιομορφικό μοντέλο κλασικής απόσβεσης της κατασκευής. Επεκτάσεις των μεθόδων αυτών για τον υπολογισμό του ιδιομορφικού μοντέλου μη κλασικής απόσβεσης έχουν αναπτυχθεί επίσης από τους Chaudhary et al. (2000). Οι μεθοδολογίες αυτές έχουν εφαρμοστεί για την αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών σε πλήθος εργασιών όπως για παράδειγμα σε γέφυρες (Werner et al. 1987, Chaudhary 2002) ή σε κτήρια (Papageorgiou and Lin 1989) όπου επεξεργάζονται καταγραφές από πραγματικά σεισμικά συμβάντα.

Για την αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών στην περίπτωση των ταλαντώσεων που προκαλούνται από λειτουργικά (μη μετρούμενα) φορτία έχουν αναπτυχθεί αρκετές μεθοδολογίες καθώς και αντίστοιχο λογισμικό που εργάζονται στο πεδίο χρόνου αλλά και στο πεδίο συχνοτήτων. Οι μεθοδολογίες αυτές, οι οποίες επεξεργάζονται δεδομένα μόνο εξόδου, υποθέτουν πως η είσοδος (διέγερση) μπορεί να θεωρηθεί σαν μια διανυσματική διεργασία λευκού θορύβου (white noise process). Πρόσφατες εργασίες που έχουν δημοσιευθεί από τους Peeters and De Roeck (1999, 2001) και τους Basseville et al. (2001) χρησιμοποιούν στο πεδίο χρόνου τη μέθοδο αναγνώρισης stochastic subspace, από τους Beck et al. (1994) εφαρμόζουν στο πεδίο χρόνου για τις συναρτήσεις διασυσχέτισης (cross correlation functions) των χρονο-ιστοριών τη μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων, ενώ από τους Verboten (2001), Gauberghe (2004) και Brincker et al. (2001) εφαρμόζουν στο πεδίο συχνοτήτων τη μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων για τις πλήρης συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας (full cross power spectral density CPSD) και από τους Peeters and Van der Auwerarer (2005) για τις μισές συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας (half CPSD). Ακόμη μεθοδολογίες αναγνώρισης βασισμένες στη θεωρία του Bayes αλλά και στατιστικές μέθοδοι μέγιστης αληθοφάνειας (maximum likelihood) έχουν προταθεί, όπως για παράδειγμα από τους Katafygiotis and Yuen (2001), Guillaume et al. (1999) και Verboten (2002). Για την αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών κατασκευών η ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας έχει επίσης αναπτύξει μεθοδολογίες και αντίστοιχο εύχρηστο λογισμικό με περιβάλλον γραφικής διεπαφής με το χρήστη. Το λογισμικό εκτελεί διάφορες από τις διαθέσιμες μεθόδους ιδιομορφικής αναγνώρισης είναι εφαρμόσιμο σε όλους τύπους και τους κατασκευών, συμπεριλαμβανομένων των κατασκευών του πολιτικού μηχανικού (κτήρια, γέφυρες, offshore κατασκευές), μηχανολογικές κατασκευές, αεροναυπηγικές κατασκευές και κατασκευές οχημάτων εδάφους. Λεπτομέρειες για το λογισμικό με οδηγίες χρήσης υπάρχουν στη δικτυακή διεύθυνση .http://www.mie.uth.gr/labs/sdl.. Σε κατασκευές πολιτικού μηχανικού έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε εργαστηριακές κατασκευές μικρής κλίμακας αλλά και σε κτηριακές κατασκευές και γέφυρες πολλαπλών ανοιγμάτων υποβαλλόμενες σε λειτουργικά φορτία ή σε φορτία οδικής κυκλοφορίας καθώς και σε χαμηλής έντασης σεισμικές διεγέρσεις (Ntotsios 2008, Ntotsios et al. 2008).

Οι μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά εφαρμόζονται συχνά για την ανάπτυξη μοντέλων υψηλής ακρίβειας τα οποία προβλέπουν συμπεριφορά της κατασκευής σύμφωνη με τη μετρούμενη συμπεριφορά. Η ανάγκη για αναθεώρηση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων απορρέει από το γεγονός ότι θα υπάρχουν πάντα παραδοχές και αριθμητικά σφάλματα που σχετίζονται με τη διαδικασία της σύνθεσης ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων καθώς και την πρόβλεψη της απόκρισης από το αυτό μοντέλο. Επισκόπηση των μεθοδολογιών αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζεται από τους Mottershead and Friswell (1993). Επιπροσθέτως, οι μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων είναι ιδιαίτερα σημαντικές για την διάγνωση βλαβών όταν εφαρμόζονται αναθεωρώντας διαρκώς το μοντέλο μιας κατασκευής με μετρήσεις από διαφορετικές καταστάσεις της κατασκευής (Sohn and Law 1997, Fritzen et al. 1998, Teughels and De Roeck 2005, Vanik et al. 2000, Papadimitriou 2004). Τέτοια αναθεωρημένα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας μετρήσεις από συνεχή καταγραφή της ταλαντωτικής συμπεριφοράς μιας κατασκευής καθ' όλη τη διάρκεια ζωής της, μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιπρόσθετα για αναθεώρηση των προβλέψεων της απόκρισής της καθώς και για τον υπολογισμό της δομικής αξιοπιστίας. Για τους σκοπούς αυτούς η ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας έχει αναπτύξει καινοτόμες μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και αντίστοιχο εύχρηστο λογισμικό με περιβάλλον γραφικής διεπαφής με το χρήστη. Το λογισμικό συνεργάζεται με το εμπορικό πακέτο COMSOL Multiphysics (COMSOL AB) το οποίο παρέχει την απαραίτητη μοντελοποίηση των κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία. Λεπτομέρειες για το λογισμικό με οδηγίες χρήσης υπάρχουν στη δικτυακή διεύθυνση .http://www.mie.uth.gr/labs/sdl.

Η παρούσα εργασία στοχεύει πρώτα στην παρουσίαση των μεθοδολογιών ιδιομορφικής αναγνώρισης των κατασκευών που έχουν πρόσφατα αναπτυχθεί για τον προσδιορισμό των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών αναλύοντας τις ταλαντώσεις απόκρισης κατασκευών που διεγείρονται από μετρούμενα σεισμικά φορτία (μετρούμενες σεισμικές επιταχύνσεις βάσης) αλλά και από μη μετρούμενα και τυχαία περιβαλλοντικά ή λειτουργικά φορτία. Στη συνέχεια παρουσιάζονται καινοτόμες μέθοδοι αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών που έχουν αναπτυχθεί πρόσφατα με βάση μονοκριτηριακούς και πολυκριτηριακούς αλγορίθμους αναγνώρισης. Τέλος, παρουσιάζονται τα εύχρηστα γραφικά περιβάλλοντα του λογισμικού που έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για την αναγνώριση κατασκευών. Οι δυνατότητες των μεθόδων επιδεικνύονται με επιλεγμένες εφαρμογές σε προσομοιωμένα δεδομένα γεφυρών υποβαλλόμενα σε περιβαλλοντικές λειτουργικές διεγέρσεις, καθώς και σε πραγματικά δεδομένα της γέφυρας του Πολύμυλου υποβαλλόμενη σε φορτία οδικής κυκλοφορίας και σε χαμηλής έντασης σεισμικές διεγέρσεις. Ειδικότερα, αναλύεται διεξοδικά το πρόβλημα αναγνώρισης των πολύ κοντινών ιδιομορφών οι οποίες δημιουργούν προβλήματα στην ακριβή αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών. Επίσης, εφαρμόζονται οι μεθοδολογίες αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και επιδεικνύονται οι δυνατότητες και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθοδολογιών.

## ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ

Προσπαθώντας να ταξινομήσει κανείς τις μεθοδολογίες ιδιομορφικής αναγνώρισης κατασκευών, ένας βασικός διαχωρισμός τους αφορά την ικανότητά τους να αναγνωρίζουν τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά χρησιμοποιώντας μετρήσεις της απόκρισης των κατασκευών όταν υπόκεινται σε διαφορετικού τύπου διεγέρσεις. Έτσι, διαφορετικές μεθοδολογίες εφαρμόζονται όταν η απόκριση προκαλείται από γνωστές (μετρούμενες) δυνάμεις από όταν προκαλούνται από γνωστές επιταχύνσεις στις στηρίξεις της κατασκευής όπως είναι οι επιταχύνσεις που μετρούνται στη βάση μιας κατασκευής κατά τη διάρκεια ενός σεισμού. Στην περίπτωση πάλι που οι διεγέρσεις είναι μη μετρούμενες όπως είναι τα λειτουργικά φορτία εφαρμόζονται μεθοδολογίες οι οποίες λαμβάνουν υπόψη μόνο τις μετρούμενες αποκρίσεις της κατασκευής και χρησιμοποιούν παραδοχές για να προσεγγίσουν τα άγνωστα φορτία με γνωστές θεωρητικές στοχαστικές ανελίξεις. Ακόμη ένας σημαντικός διαχωρισμός των επεξεργάζονται τα μετρούμενα δεδομένα στο πεδίο χρόνου ή στο πεδίο συχνοτήτων.

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί πως οι υπάρχουσες μεθοδολογίες οι οποίες αναγνωρίζουν τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά του μοντέλου κλασικής απόσβεσης μιας κατασκευής έχουν γενικευθεί ώστε να αναγνωρίζουν τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά και του μοντέλου μη κλασικής απόσβεσης της κατασκευής. Τα μοντέλα μη κλασικής απόσβεσης προκύπτουν όταν η απόσβεση δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στα δομικά στοιχειά μιας κατασκευής γεγονός που έχει να κάνει με το μηχανισμό απορρόφησης της ενέργειας τοπικά στα στοιχεία της κατασκευής. Για παράδειγμα εμφανίζεται στην περίπτωση χρήσης των ελαστομερών εφεδράνων στις στηρίξεις γεφυρών και στους μηχανισμούς που χρησιμοποιούνται στις βάσεις κτηριακών κατασκευών για την απομόνωση των ταλαντώσεων από σεισμικά φορτία.

Οι μεθοδολογίες αναγνώρισης ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που έχουν αναπτυχθεί από την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και έχουν συμπεριληφθεί στο λογισμικό αναγνώρισης ιδιομορφικών χαρακτηριστικών κατασκευών αφορούν αλγόριθμους βελτιστοποίησης ελαχίστων τετραγώνων. Ο Πίνακας 1 παρουσιάζει μια συνολική ταξινόμηση των δυνατοτήτων των μεθοδολογιών αυτών.

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΜΟΡΦΙΚΉΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ							
Περιπτώσεις Ταλαντώσεων	Πεδίο Χρόνου	Πεδίο Συχνοτήτων	Δυνατότητες				
Ελεύθερες	Χρονο-ιστορίες Απόκρισης		Πολλαπλών Εξόδων				
Λειτουργικά Φορτία	Συναρτήσεις Διασυσχέτισης Χρονο-ιστοριών Απόκρισης	Συναρτήσεις Δια- φασματικών Πυκνοτήτων	Πολλαπλών Εξόδων				
Σεισμικά Φορτία	Χρονο-ιστορίες Διέγερσης και Απόκρισης	Φάσματα Χρονο- ιστοριών Διέγερσης και Απόκρισης	Πολλαπλών Εισόδων-Εξόδων				
Επιβαλλόμενα Φορτία από Διεγέρτη	_	Συναρτήσεις Μετάδοσης	Πολλαπλών Εισόδων-Εξόδων				

Πίνακας 1. Ταξινόμηση μεθόδων ιδιομορφικής αναγνώρισης.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνοπτικά οι μεθοδολογίες που έχουν πρόσφατα αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Δυναμικής Συστημάτων για την αναγνώριση ιδιομορφικών χαρακτηριστικών για τις περιπτώσεις ταλαντώσεων σε περιβαλλοντικά και λειτουργικά φορτία και ταλαντώσεων σε σεισμικά φορτία. Η αναγνώριση γίνεται στο πεδίο συχνοτήτων και για τις δύο περιπτώσεις. Οι αλγόριθμοι που έχουν επίσης αναπτυχθεί για να καλύψουν και τις δύο περιπτώσεις των κλασσικών και μη κλασσικών μητρώων απόσβεσης. Λεπτομέρειες των μεθοδολογιών και των υπολογιστικών αλγορίθμων υπάρχουν στις εργασίες Ntotsios (2008) και Nikolaou (2008).

# Ταλαντώσεις από περιβαλλοντικά και λειτουργικά φορτία

Στις περιπτώσεις κατά τις οποίες είναι δύσκολο να εφαρμοστεί σε μια κατασκευή ένα τεχνητό φορτίο οι μετρούμενες ταλαντώσεις της κατασκευής που προκαλούνται από τα περιβαλλοντικά φορτία (π.χ. φορτία ανέμου) και τα λειτουργικά φορτία (π.χ. κυκλοφορία οχημάτων σε γέφυρες) στην κατασκευή είναι αρκετές για αναγνώριση του ιδιομορφικού της μοντέλου. Για το λόγο ότι είναι πρακτικά αδύνατο να μετρηθούν αυτές οι περιβαλλοντολογικές και λειτουργικές διεγέρσεις η ιδιομορφική αναγνώριση γίνεται χρησιμοποιώντας σαν πληροφορία μόνο τις μετρούμενες αποκρίσεις της κατασκευής. Η

περίπτωση αυτή εμφανίζεται πολύ συχνά σε κατασκευές πολιτικών μηχανικών όπου είναι πολύ δύσκολο και δαπανηρό να διεγερθούν τεχνητά κατασκευές όπως γέφυρες ή κτήρια με κάποια σφύρα ή διεγέρτη έτσι ώστε να προκληθούν ταλαντώσεις στην κατασκευή οι οποίες να ξεπερνούν ικανοποιητικά σε ένταση τις φυσικές ταλαντώσεις οι οποίες προκαλούνται από φορτία όπως η οδική κίνηση ή ο άνεμος. Επίσης, σε μηχανολογικές κατασκευές η ιδιομορφική αναγνώριση εφαρμόζεται με επιτυχία για να παραχθεί το δυναμικό μοντέλο μιας κατασκευής όπως ενός αυτοκινήτου σε μία οδική δοκιμή ή ενός αεροσκάφους σε δοκιμή πτήσης. Στις μεθοδολογίες ιδιομορφικής αναγνώρισης που έχουν αναπτυχθεί, οι οποίες επεξεργάζονται δεδομένα μόνο εξόδου, γίνεται η παραδοχή πως οι διεγέρσεις μπορούν να θεωρηθούν σαν στοχαστικές διαδικασίες λευκού θορύβου (white noise process).

Ο υπολογισμός τον ιδιομορφικών χαρακτηριστικών βάσει των ταλαντώσεων που προκαλούνται από περιβαλλοντικά ή λειτουργικά φορτία επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων. Συγκεκριμένα, η αναγνώριση επιτυγχάνεται ελαχιστοποιώντας το σταθμισμένο (weighted) μέτρο της διαφοράς

$$E(\boldsymbol{\psi}) = \sum_{k=l}^{N_{\omega}} tr \left[ \left( \mathbf{S}(k\Delta\omega; \boldsymbol{\psi}) - \hat{\mathbf{S}}(k\Delta\omega) \right)^{*T} \boldsymbol{w} \left( \mathbf{S}(k\Delta\omega; \boldsymbol{\psi}) - \hat{\mathbf{S}}(k\Delta\omega) \right) \right]$$
(1)

μεταξύ των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας  $\hat{\mathbf{S}}(k\Delta\omega) \in C^{N_0 \times N_0}$  που υπολογίζονται από τις μετρούμενες χρονο-ιστορίες της απόκρισης και των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας  $\mathbf{S}(k\Delta\omega; \boldsymbol{\psi}) \in C^{N_0 \times N_0}$  που προβλέπονται από ένα ιδιομορφικό μοντέλο, όπου  $N_0$ είναι ο αριθμός των μετρούμενων βαθμών ελευθερίας (DOF),  $\Delta\omega$  είναι το βήμα στο διακριτό πεδίο συχνοτήτων,  $k = \{l, ..., N_{\omega}\}$  είναι οι δείκτες που αντιστοιχίζουν τις συχνότητες  $\omega = k\Delta\omega$ ,  $N_{\omega}$  είναι ο αριθμός των διακριτών σημείων στο πεδίο συχνοτήτων,  $\boldsymbol{w} \in R^{N_0 \times N_0}$  το μητρώο που περιέχει τους συντελεστές βαρύτητας και  $\boldsymbol{\psi}$  είναι το διάνυσμα των παραμέτρων που πρόκειται να αναγνωριστεί. Στη γενική περίπτωση, θεωρώντας το ιδιομορφικό μοντέλο μη κλασικής απόσβεσης το μητρώο που περιέχει τις συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας  $\mathbf{S}(k\Delta\omega; \boldsymbol{\psi})$  δίνεται από τη σχέση (Gauberghe 2004, Ntotsios 2008)

$$\mathbf{S}(\omega;\boldsymbol{\psi}) = \sum_{r=1}^{m} \left[ \frac{\boldsymbol{\phi}_{r} \boldsymbol{g}_{r}^{T}}{(j\omega) - \lambda_{r}} + \frac{\boldsymbol{\phi}_{r}^{*} \boldsymbol{g}_{r}^{*T}}{(j\omega) - \lambda_{r}^{*}} + \frac{\boldsymbol{g}_{r} \boldsymbol{\phi}_{r}^{T}}{-(j\omega) - \lambda_{r}} + \frac{\boldsymbol{g}_{r}^{*} \boldsymbol{\phi}_{r}^{*T}}{-(j\omega) - \lambda_{r}^{*}} \right] + \frac{1}{(j\omega)^{4}} \mathbf{A} + \mathbf{B}$$
(2)

όπου *m* είναι ο αριθμός των ιδιομορφών που συνεισφέρουν στην περιοχή συχνοτήτων  $[l\Delta\omega, N_{\omega}\Delta\omega]$  που εξετάζεται,  $\lambda_r = -\zeta_r \omega_r \pm j\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}$  είναι οι μιγαδικοί πόλοι (ιδιοτιμές) της *r* ιδιομορφής,  $\omega_r$  είναι η *r* ιδιοσυχνότητα,  $\zeta_r$  ο *r* συντελεστής απόσβεσης,  $\phi_r \in C^{N_0}$  είναι τα μιγαδικά ιδιοδιανύσματα της *r* ιδιομορφής,  $\mathbf{A} \in R^{N_0 \times N_0}$  και  $\mathbf{B} \in R^{N_0 \times N_0}$  είναι πραγματικοί συμμετρικοί πίνακες που εισάγονται για να ληφθεί υπόψη η συνεισφορά των εκτός της εξεταζόμενης περιοχής συχνοτήτων ιδιομορφών (χαμηλότερων και υψηλότερων), και *g*<sub>r</sub>  $\in C^{N_0}$  είναι διανυσματικά μεγέθη που εξαρτώνται από το ιδιομορφικό μοντέλο και από τις συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας της διέγερσης λευκού θορύβου, ενώ το σύμβολο *u*<sup>\*</sup>

Το διάνυσμα  $\psi$  των παραμέτρων προς αναγνώριση περιέχει τον αριθμό m των ιδιομορφών που συνεισφέρουν και τις παραμέτρους  $\omega_r$ ,  $\zeta_r$ ,  $\phi_r$ ,  $g_r$ ,  $r = 1, \dots, m$ , **A** και **B** οι οποίες ορίζουν πλήρως τον πίνακα των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας της εξίσωσης (2). Ο συνολικός αριθμός των παραμέτρων είναι  $2m(1+2N_0) + N_0^2$  για την περίπτωση του ιδιομορφικού μοντέλου μη κλασικής απόσβεσης.

Η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (1) μπορεί να επιτευχθεί αποδοτικότερα, μειώνοντας σημαντικά το υπολογιστικό κόστος, παρατηρώντας πως η εξίσωση σφάλματος (1) είναι δευτέρου βαθμού ως προς τα μιγαδικά ιδιοδιανύσματα  $\phi_r$  και τα στοιχεία που περιέχονται στους πίνακες **A** και **B**. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στην ανάπτυξη αναλυτικών εκφράσεων που σχετίζουν τις παραμέτρους  $\phi_r$ , **A** και **B** με τα διανύσματα  $g_r$ , τις ιδιοσυχνότητες  $\omega_r$  και τους συντελεστές απόσβεσης  $\zeta_r$ , με αποτέλεσμα ο αριθμός των αγνώστων παραμέτρων που συμμετέχουν στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (1) να μειώνεται από  $2m(1+2N_0)+N_0^2$  σε  $2mN_0$ . Η μείωση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική όταν ο αριθμός των μετρούμενων σημείων γίνεται ιδιαίτερα μεγάλος. Εφαρμόζοντας τις συνθήκες βελτιστοποίησης (στάσιμης τιμής) στην εξίσωση (1) ως προς τις συνιστώσες των  $\phi_r$ , **A** και **B** ως προς τα  $g_r$ ,  $\omega_r$  και  $\zeta_r$ ,  $r=1,\cdots,m$ . Το μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης βαθμίδας.

Οι παράμετροι προς αναγνώριση  $\omega_r$ ,  $\zeta_r$ ,  $\phi_r$ ,  $g_r$ ,  $r = 1, \dots, m$ , **A** και **B** οι οποίες περιέχονται στο διάνυσμα ψ και ορίζουν πλήρως τον πίνακα των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας της εξίσωσης (2) μπορούν να υπολογιστούν εναλλακτικά αλλά συνήθως αποτελεσματικότερα εφαρμόζοντας την παρακάτω προσέγγιση τριών βημάτων. Κατά το πρώτο βήμα, αλγόριθμοι ελάχιστων τετραγώνων παρόμοιοι με αυτούς που έχουν αναπτυχθεί από άλλους ερευνητές (π.χ. Verboten 2002) έχουν επεκταθεί (Ntotsios 2008) και προσαρμοστεί στη συγκεκριμένη περίπτωση των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας (2) για τον αυτόματο προσδιορισμό των υποψήφιων τιμών των πόλων  $\lambda_r$ . Με τη βοήθεια διαγραμμάτων ευστάθειας των πόλων (stabilization diagrams) διαχωρίζονται οι φυσικοί από τους μαθηματικούς πόλους οι οποίοι περιέχουν τις ιδιοσυχνότητες ω<sub>r</sub> και τους συντελεστές απόσβεσης  $\zeta_r$ . Οι τιμές που προκύπτουν με τον τρόπο αυτό είναι συνήθως πολύ κοντά στις βέλτιστες τιμές. Κατά το δεύτερο βήμα, και με δεδομένες τις τιμές για τα  $ω_r$  και  $\zeta_r$ , υπολογίζονται οι τιμές του γινομένου  $\mathbf{R}_r = \mathbf{\phi}_r \mathbf{g}_r^T \in C^{N_0 \times N_0}$  που εμφανίζεται στην εξίσωση (2) και παρατηρώντας πως η αντικειμενική συνάρτηση στην (1) είναι δευτέρου βαθμού ως προς τα **R**<sub>r</sub>, **A** και **B**. Το γραμμικό σύστημα που προκύπτει εφαρμόζοντας τις συνθήκες βελτιστοποίησης στην εξίσωση (1) έχει ως λύση τα στοιχεία των  $\mathbf{R}_r$ ,  $\mathbf{A}$  και  $\mathbf{B}$ . Στη συνέχεια εφαρμόζοντας singular value decomposition για τον πίνακα  $\mathbf{R}_r$  υπολογίζονται τα  $\phi_r$  και  $g_r$ . Στη γενική περίπτωση, οι τιμές που προκύπτουν από αυτή την μεθοδολογία των δύο πρώτων βημάτων είναι πολύ κοντά στις βέλτιστες τιμές και προκύπτουν αποφεύγοντας την εκτέλεση αλγορίθμων βελτιστοποίησης που για να συγκλίνουν κυρίως σε προβλήματα πολλών μετρούμενων βαθμών ελευθερίας απαιτούν επαναλήψεις οι οποίες συνοδεύονται από υπολογιστικό κόστος αλλά και αρκετές φορές από προβλήματα σύγκλισης. Στο τρίτο βήμα επιλύεται απευθείας το αρχικό πρόβλημα βελτιστοποίησης ως προς τα  $g_r$ ,  $\omega_r$  και  $\zeta_r$ , r = 1,···, m, εφαρμόζοντας ως αρχικές τιμές των παραμέτρων για τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης τις τιμές που προκύπτουν από τα δύο προηγούμενα βήματα προβλέποντας στην επιτάχυνση της σύγκλισης του αλγορίθμου με το μικρότερο αριθμό επαναλήψεων και επομένως μικρό υπολογιστικό κόστος.

Η αναγκαιότητα εφαρμογής του τρίτου βήματος στον αλγόριθμο αναγνώρισης γίνεται επιτακτικότερη κατά την περίπτωση που παρουσιάζονται κοντινές και αλληλεπικαλυπτόμενες ιδιομορφές σε συνδυασμό με τις δυσκολίες που εμφανίζονται από την ανάλυση του σήματος αλλά και την αναπόφευκτη ύπαρξη θορύβου που εμφανίζεται από τα μετρητικά όργανα. Σύγκριση μεταξύ των τιμών που υπολογίζονται εκτελώντας τον αλγόριθμο δύο βημάτων με τις τιμές υπολογίζονται εκτελώντας τον αλγόριθμο τριών βημάτων παρουσιάζεται στην ενότητα των εφαρμογών.

#### Ταλαντώσεις από σεισμικά φορτία

Οι μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί από τους McVerry (1980) για το πεδίο συχνοτήτων και Beck (1978) και Beck και Jennings (1980) στο πεδίο του χρόνου έχουν γενικευθεί και εφαρμοστεί από την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας για την περίπτωση ιδιομορφικών μοντέλων μη κλασικής απόσβεσης.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η μεθοδολογία ιδιομορφικής αναγνώρισης στο πεδίο συχνοτήτων για την περίπτωση ταλαντώσεων που προκαλούνται από σεισμικά φορτία. Στην περίπτωση αυτή η ιδιομορφική αναγνώριση βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ του μετασχηματισμού Fourier  $\mathbf{j}(k\Delta\omega) \in C^{N_0}$  του διανύσματος των μετρούμενων επιταχύνσεων και του μετασχηματισμού Fourier  $\mathbf{j}(k\Delta\omega; \mathbf{\psi}) \in C^{N_0}$  του διανύσματος των μετρούμενων επιταχύνσεων που προβλέπεται από το παραμετροποιημένο ιδιομορφικό μοντέλο της κατασκευής. Ο μετασχηματισμός Fourier του διανύσματος της επιτάχυνσης για το ιδιομορφικό μοντέλο μη κλασικής απόσβεσης έχει τη μορφή (Nikolaou 2008)

$$\ddot{\mathbf{y}}(\omega;\boldsymbol{\psi}) = \left\{ \sum_{r=1}^{m} \left[ \frac{\boldsymbol{\phi}_{r} \boldsymbol{g}_{r}^{T}}{(j\omega) - \lambda_{r}} + \frac{\boldsymbol{\phi}_{r}^{*} \boldsymbol{g}_{r}^{*T}}{(j\omega) - \lambda_{r}^{*}} \right] + \boldsymbol{P} \right\} \boldsymbol{f}(\omega)$$
(3)

όπου το διάνυσμα  $f(\omega)$  περιέχει το μετασχηματισμό Fourier των εισόδων δηλαδή των μετρούμενων χρονο-ιστοριών των επιταχύνσεων στη βάση της κατασκευής.

Το διάνυσμα των παραμέτρων ψ που πρόκειται να αναγνωριστεί περιέχει τις ιδιοσυχνότητες  $\omega_r$ , τους συντελεστές απόσβεσης  $\zeta_r$ , τα μιγαδικά ιδιοδιανύσματα  $\phi_r$ , τους ιδιομορφικούς συντελεστές συνεισφοράς  $g_r$ , r = 1,...,m, και το σταθερό πίνακα  $P \in R$  ο οποίος περιέχει την ψευδοστατική απόκριση της κατασκευής λόγω των πολλαπλών διαφορετικών διεγέρσεων στις βάσεις της κατασκευής. Ο συνολικός αριθμός των άγνωστων παραμέτρων είναι  $2m(1+N_0+N_{in})+N_0N_{in}$  για την περίπτωση του ιδιομορφικού μοντέλου μη κλασικής απόσβεσης. Η διατύπωση της εξίσωσης (3) λαμβάνει υπόψη ότι οι ταλαντώσεις στην κατασκευή ξεκινούν από την ηρεμία. Στην περίπτωση που οι αρχικές συνθήκες είναι μη μηδενικές, πρέπει να ληφθούν υπόψη και να συμπεριληφθούν στην εξίσωση (3). με πρόσθετους όρους και να αυξηθεί το μέγεθος του διανύσματος των αγνώστων παραμέτρων ύιοιομορφικών εξισώσεων. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι αντίστοιχη μεθοδολογία έχει αναπτυχθεί και στο πεδίο χρόνου η οποία βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ του διανύσματος των επιταχύνσεων που προβλέπονται από το παραμετροποιημένο ιδιομορφικό

μοντέλο της κατασκευής. Περισσότερες λεπτομέρειες παρουσιάζονται στην εργασία Nikolaou (2008).

Οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων ψ υπολογίζονται ελαχιστοποιώντας την αντικειμενική συνάρτηση

$$E(\boldsymbol{\psi}) = \sum_{k=l}^{N_{\omega}} tr \left[ \left( \ddot{\boldsymbol{x}}(k\Delta\omega;\boldsymbol{\psi}) - \ddot{\boldsymbol{x}}(k\Delta\omega) \right)^{*T} \boldsymbol{w} \left( \ddot{\boldsymbol{x}}(k\Delta\omega;\boldsymbol{\psi}) - \ddot{\boldsymbol{x}}(k\Delta\omega) \right) \right]$$
(4)

η οποία είναι αντίστοιχη της σχέσης (1) αντικαθιστώντας τους πίνακες για τις συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας με τα διανύσματα του μετασχηματισμού Fourier των επιταχύνσεων.

Όμοια με την περίπτωση των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας που παρουσιάστηκε, οι παράμετροι προς αναγνώριση μπορούν να μειωθούν στους  $g_r$ ,  $\omega_r$  και  $\zeta_r$ ,  $r = 1, \cdots, m$ , παρατηρώντας πως η αντικειμενική συνάρτηση είναι δευτέρου βαθμού ως προς τα μιγαδικά ιδιοδιανύσματα φ και τα στοιχεία του πραγματικού πίνακα P. Εφαρμόζοντας τις συνθήκες βελτιστοποίησης (στάσιμης τιμής) στην εξίσωση (4) ως προς τις συνιστώσες των φ και P προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα, η λύση του οποίου θα δώσει τα φ και P, συναρτήσει των  $\boldsymbol{g}_r$ ,  $\omega_r$  και  $\zeta_r$ ,  $r = 1, \cdots, m$ . Το μη γραμμικό πρόβλημα που τελικά προκύπτει ως προς τις υπόλοιπες  $2m(3+N_{in})$  μεταβλητές  $\boldsymbol{g}_r$ ,  $\omega_r$  και  $\zeta_r$ ,  $r=1,\cdots,m$ , λύνεται στο Matlab χρησιμοποιώντας τους διαθέσιμους αλγορίθμους βελτιστοποίησης βαθμίδας. Οι παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις ιδιομορφικές παραμέτρους έχουν υπολογιστεί αναλυτικά και χρησιμοποιούνται για να επιταχύνουν τη σύγκλιση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης. Τεχνικές ιδιομορφικών σαρώσεων (modal sweeps) οι οποίες προτάθηκαν στην εργασία Werner et al. (1987) για την περίπτωση των ιδιομορφικών μοντέλων κλασικής απόσβεσης έχουν υιοθετηθεί και συμπεριληφθεί στο λογισμικό για να βελτιώσουν την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου αλγόριθμου. Να σημειωθεί ότι εναλλακτικά έχει αναπτυχθεί αλγόριθμος τριών βημάτων, παρόμοιος με τον αλγόριθμο που παρουσιάστηκε για την περίπτωση των ταλαντώσεων από λειτουργικά φορτία, για την διάκριση των φυσικών ιδιομορφών και την υπολογιστικά πιο αποτελεσματική εκτίμηση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών. Λεπτομέρειες παρουσιάζονται στην εργασία Nikolaou (2008).

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Θεωρείται η περίπτωση στην οποία οι πειραματικές μετρήσεις αποτελούνται από ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές. Συγκεκριμένα, έστω  $D = \{\hat{\omega}_r, \hat{\phi}_r \in \mathbb{R}^{N_0}, r = 1, \cdots, m\}$  οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων  $\hat{\omega}_r$  της κατασκευής και  $\hat{\phi}_r$  οι ιδιομορφικές συνιστώσες στα  $N_0$  σημεία μέτρησης. Στη συνέχεια θεωρούμε μία κατηγορία παραμετροποιημένων γραμμικών μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται για να προβλέψουν τη δυναμική απόκριση της υπό μελέτη κατασκευής, με  $\theta \in \mathbb{R}^{N_0}$  να είναι η ομάδα των ελεύθερων παραμέτρων που θα αναγνωριστούν με βάση τα μετρούμενα δεδομένα. Επίσης, έστω  $\{\omega_r(\theta), \phi_r(\theta) \in \mathbb{R}^{N_d}, r = 1, \cdots, m\}$  είναι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών αντίστοιχα που προβλέπονται από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων πεπερασμένων

συνολικοί βαθμοί ελευθερίας του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Συγκεκριμένα, οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές ικανοποιούν το ιδιοπρόβλημα:

$$\left(K(\boldsymbol{\theta}) - \omega_r^2 M(\boldsymbol{\theta})\right) \boldsymbol{\phi}_r = \underline{0} \quad \text{ yia } r = 1, 2, ..., m$$
(5)

όπου  $K(\theta)$  και  $M(\theta)$  είναι τα μητρώα ακαμψίας και μάζας του μοντέλου της κατασκευής, τα οποία γενικά εξαρτώνται από τις παραμέτρους  $\theta$ .

Το πρόβλημα της αναθεώρησης του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων ανάγεται στον υπολογισμό των τιμών των παραμέτρων *θ* έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η διαφορά μεταξύ των προβλεπόμενων ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που προκύπτουν από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που αναγνωρίζονται από τα πειραματικά δεδομένα (Papadimitriou, et al. 1997; Christodoulou 2007, Christodoulou and Papadimitriou 2007). Για το σκοπό αυτό έστω

$$\varepsilon_{\omega_r} = \varepsilon(\omega_r, \hat{\omega}_r) = \frac{\omega_r^2 - \hat{\omega}_r^2}{\hat{\omega}_r^2} \qquad \text{Kat} \qquad \varepsilon_{\phi} = e(L\phi_r, \hat{\phi}_r) = \frac{\left\|\beta_r L\phi_r - \hat{\phi}_r\right\|}{\left\|\hat{\phi}_r\right\|} \tag{6}$$

 $r = 1, \cdots, m$ , να είναι το μέτρο της διαφοράς ή το υπόλοιπο μεταξύ των μετρούμενων ιδιομορφικών δεδομένων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο ιδιομορφικών δεδομένων για την r ιδιοσυχνότητα και τις αντίστοιχες ιδιομορφικές συνιστώσες, όπου  $|| \mathbf{z} ||^2 = \mathbf{z}^T \mathbf{z}$  είναι το σύνηθες Ευκλείδειο μέτρο και  $\beta_r = \hat{\phi}_r^T \phi_r(\theta) / \phi_r^T(\theta) \phi_r(\theta)$  είναι ένας συντελεστής κανονικοποίησης που εξασφαλίζει ότι οι μετρούμενες συνιστώσες των ιδιομορφών στους μετρούμενους βαθμούς ελευθερίας είναι κοντά στις προβλεπόμενες από το μοντέλο  $\beta_r \phi_r(\theta)$  συνιστώσες για μία συγκεκριμένη τιμή των  $\theta$ . Ο πίνακας  $L \in \mathbb{R}^{N_0 \times N_d}$  αντιπροσωπεύει ένα μητρώο παρατήρησης που αποτελείται από μηδενικά και μοναδιαία στοιχεία, και αντιστοιχεί του μοντέλου.

Για τη διατύπωση του προβλήματος της αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων τα μετρούμενα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται σε n ομάδες. Κάθε ομάδα αποτελείται από ένα ή και περισσότερα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά. Για την i ομάδα ορίζεται μία συνάρτηση  $J_i(\theta)$  η οποία μετρά το υπόλοιπο της διαφοράς (σφάλμα) μεταξύ των μετρούμενων ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που περιέχονται στην ομάδα και των αντίστοιχων ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που περιέχονται στην ομάδα και των αντίστοιχων ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που προβλέπονται από την επιλεγμένη κατηγορία μοντέλων για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων  $\theta$ . Η ομαδοποίηση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που συμπεριλαμβάνονται σε κάθε ομάδα i, καθώς και ο ορισμός του ιδιομορφικού υπολοίπου  $J_i(\theta)$ , εξαρτώνται από τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά (είδος της ιδιομορφικό υπολοίπου  $J_i(\theta)$ , εξαρτώνται από τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά της κάθε ιδιομορφικής ιδιότητας στην αναγνώριση του μοντέλου. Τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά κάθε ομάδας επιλέγονται από το χρήστη ανάλογα με το είδος και το σκοπό της ανάλυσης.

Ανάμεσα σε όλους τους δυνατούς τρόπους ομαδοποίησης για λόγους επίδειξης εισάγεται ο παρακάτω τρόπος ομαδοποίησης. Έστω δύο ομάδες ιδιομορφικών χαρακτηριστικών με την πρώτη ομάδα να περιέχει όλες τις μετρούμενες ιδιοσυχνότητες και την δεύτερη ομάδα να περιέχει όλες τις μετρούμενες. Τα ιδιομορφικά υπόλοιπα σε αυτή την περίπτωση παίρνουν τη μορφή:

$$J_1(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{r=1}^m \varepsilon^2(\omega_r, \hat{\omega}_r) \quad \text{kat} \quad J_2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{r=1}^m e^2(L\boldsymbol{\phi}_r, \hat{\boldsymbol{\phi}}_r)$$
(7)

όπου το ιδιομορφικό υπόλοιπο  $J_1(\theta)$  επιλέγεται έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο ιδιοσυχνότητες, ενώ το ιδιομορφικό υπόλοιπο  $J_2(\theta)$  επιλέγεται έτσι ώστε να αντιπροσωπεύει τη διαφορά ανάμεσα στις μετρούμενες και στις προβλεπόμενες από το μοντέλο συνιστώσες των ιδιομορφών. Αυτός ο τρόπος ομαδοποίησης επιτρέπει την εκτίμηση όλων των βέλτιστων μοντέλων στην περίπτωση που τα αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια είναι το ιδιομορφών.

#### Πολικριτηριακή μέθοδος αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων

Το πρόβλημα αναγνώρισης των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου που ελαχιστοποιούν τα ιδιομορφικά υπόλοιπα που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορεί να διατυπωθεί ως ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (Haralampidis et al. 2005) ως εξής. Να βρεθούν οι τιμές των δομικών παραμέτρων θ που ελαχιστοποιούν ταυτόχρονα όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta}) = \left(J_1(\boldsymbol{\theta}), J_2(\boldsymbol{\theta}), \dots, J_n(\boldsymbol{\theta})\right)$$
(8)

όπου  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_{N_{\boldsymbol{\theta}}}) \in \Theta$  είναι το διάνυσμα των παραμέτρων, Θ είναι το πεδίο μέσα στον οποίο κυμαίνονται οι τιμές των παραμέτρων,  $\boldsymbol{z} = (z_1, \cdots, z_n) \in Z$  είναι το διάνυσμα των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων και Z είναι το πεδίο μέσα στον οποίο κυμαίνονται οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων. Για ανταγωνιστικές αντικειμενικές συναρτήσεις  $J_1(\boldsymbol{\theta}), \ldots, J_n(\boldsymbol{\theta})$ , δεν υπάρχει μοναδική λύση αλλά μία ομάδα εναλλακτικών λύσεων, γνωστές ως Pareto λύσεις, οι οποίες είναι όλες βέλτιστες, από την άποψη ότι δεν υπάρχουν άλλες λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων που να είναι καλύτερες από αυτές όταν λαμβάνονται υπόψη όλες οι αντικειμενικές συναρτήσεις.

#### Μέθοδος σταθμισμένων ιδιομορφικών υπολοίπων

Το πρόβλημα αναγνώρισης των τιμών των παραμέτρων βάσει δυναμικών μετρήσεων παραδοσιακά διατυπώνεται σαν ένα πρόβλημα σταθμισμένων υπολοίπων, στο οποίο οι επιμέρους αντικειμενικές συναρτήσεις που μετρούν το πόσο κοντά είναι τα μετρούμενα στα προβλεπόμενα από το μοντέλο ιδιομορφικά δεδομένα σταθμίζονται με συντελεστές βαρύτητας, και στη συνέχεια αθροίζονται και δημιουργούν μία και μοναδική αντικειμενική συνάρτηση. Έτσι, το πρόβλημα διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης των σταθμισμένων ιδιομορφικών υπολοίπων

$$J(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{w}) = \sum_{i=1}^{n} w_i J_i(\boldsymbol{\theta})$$
(9)

όπου  $w_i \ge 0$ ,  $i = 1, \cdots, n$ , είναι οι συντελεστές βαρύτητας κάθε ιδιομορφικού υπολοίπου οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση  $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ . Τα αποτελέσματα της αναθεώρησης εξαρτώνται από τους συντελεστές βαρύτητας που θα χρησιμοποιηθούν. Οι συντελεστές βαρύτητας εξαρτώνται από την επάρκεια με την οποία το μοντέλο περιγράφει τη συμπεριφορά της κατασκευής (σφάλματα μοντελοποίησης), από την ακρίβεια με την οποία έχουν ληφθεί οι μετρήσεις (σφάλματα μετρήσεων) και από την ακρίβεια με την οποία έχουν υπολογιστεί τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά (σφάλματα επεξεργασίας). Συνήθως, η τιμή του συντελεστή βαρύτητας μοντέλου και μετρήσεων-επεξεργασίας με το οποίο προσδιορίζονται τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά στην ομάδα αυτή. Ωστόσο, η επιλογή των τιμών των συντελεστών βαρύτητας γίνεται αυθαίρετα, καθώς τα σφάλματα στα μετρητικά δεδομένα και τα σφάλματα μοντελοποίησης δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων.

Σε πρακτικές εφαρμογές, οι συντελεστές βαρύτητας επιλέγονται αυθαίρετα από τον χρήστη. Συνήθως οι τιμές των συντελεστών βαρύτητας θεωρούνται μονάδες. Η μέθοδος αυτή αναφέρεται στην παρούσα εργασία ως μέθοδος "ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων". Έχει αναπτυχθεί επίσης μεθοδολογία βέλτιστης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων για την επιλογή των βέλτιστων τιμών των συντελεστών βαρύτητας με βάση τα μετρητικά δεδομένα (Christodoulou and Papadimitriou 2007, Christodoulou 2007).

Να σημειωθεί ότι μπορεί να αποδειχθεί ότι η βέλτιστη λύση της μεθόδου σταθμισμένων υπολοίπων (9) είναι μια από τις Pareto βέλτιστες λύσεις. Επομένως, λύνοντας μια σειρά προβλημάτων μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης του τύπου της (9) και διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βαρύτητας  $w_i$  από 0 ως 1, μπορούν να υπολογιστούν με εναλλακτικό τρόπο οι Pareto βέλτιστες λύσεις. Η διαδικασία αυτή είναι στις περισσότερες περιπτώσεις ανεπαρκής και πρέπει να αποφεύγεται διότι δίνει λύσεις σε ορισμένες περιοχές του μετώπου Pareto, αδυνατώντας να υπολογίσει με αξιοπιστία ολόκληρο το μέτωπο Pareto. Πρέπει επίσης να ξεκαθαριστεί ότι γενικώς δεν αντιστοιχούν όλες οι Pareto βέλτιστες λύσεις σε κάποια τιμή των συντελεστών βαρύτητας  $w_i$ , οπότε η μέθοδος στάθμισης των υπολοίπων δεν είναι δυνατό σε μερικές περιπτώσεις να περιγράψει πλήρως το σύνολο των Pareto λύσεων (Christodoulou and Papadimitriou 2007).

Διατυπώνοντας το πρόβλημα αναγνώρισης των παραμέτρων σαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής ελαχιστοποίησης, δεν υπάρχει πλέον η ανάγκη επιλογής των τιμών των συντελεστών βαρύτητας για τη στάθμιση των υπολοίπων  $J_i(\theta)$  κάθε ομάδας ιδιομορφικών χαρακτηριστικών, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της μεθόδου σταθμισμένων ιδιομορφικών υπολοίπων. Ένα πλεονέκτημα της πολυκριτηριακής αναγνώρισης είναι ότι υπολογίζονται όλες οι αποδεκτές λύσεις στο πεδίο των παραμέτρων. Ωστόσο, αυτή η διαδικασία είναι χρονοβόρα, απαιτεί την ύπαρξη και χρήση αλγορίθμων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και πρέπει ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων να παραμένει μικρός, ώστε να περιορίζεται ο αριθμός των λύσεων που απαιτείται για την πλήρη περιγραφή του πολυδιάστατου μετώπου Pareto.

#### Υπολογιστικά θέματα

Η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης  $J(\theta; w)$  της εξίσωσης (9) ως προς τις παραμέτρους θ επιτυγχάνεται αριθμητικά εφαρμόζοντας κατάλληλους αλγόριθμους βελτιστοποίησης βαθμίδας που ελαχιστοποιούν μη γραμμικές συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Για την περίπτωση που εμφανίζονται πολλαπλά τοπικά/ολικά ακρότατα, εφαρμόζεται ένας υβριδικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης (Christodoulou και Papadimitriou 2007) ο οποίος συνδυάζει τα πλεονεκτήματα της τυχαίας εύρεσης ακροτάτων με εξελικτικούς αλγόριθμους (Beyer 2001) και τους αλγόριθμους βελτιστοποίησης βαθμίδας. Ειδικότερα, αρχικά χρησιμοποιείται ένας εξελικτικός αλγόριθμος που διερευνά τον χώρο των παραμέτρων και ψάχνει να βρει τη γειτονία του καθολικού ελαχίστου. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος που κάνει χρήση της πληροφορίας της παραγώγου για να επιταχυνθεί η σύγκλιση στο καθολικό ελάχιστο. Στην περίπτωση που εφαρμόζονται αλγόριθμοι βελτιστοποίησης βαθμίδας είναι σημαντικό να αναφερθεί πως για να εξασφαλιστεί η σύγκλιση του αλγόριθμου ιδιαίτερα για προβλήματα βελτιστοποίησης τα οποία αφορούν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων πολλών βαθμών ελευθερίας με πολλές ιδιομορφές να συνεισφέρουν, η παράγωγος της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις παραμέτρους θ θα πρέπει υπολογίζεται με ακρίβεια. Έχει παρατηρηθεί πως αριθμητικοί μέθοδοι υπολογισμού των παραγώγων όπως η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών δεν εξασφαλίζουν τη σύγκλιση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης εξαιτίας των αριθμητικών σφαλμάτων που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή τους με αποτέλεσμα να παρέχεται εσφαλμένη διεύθυνση στο χώρο των παραμέτρων και να αποτυγχάνει η σύγκλιση στη βέλτιστη τιμή. Για το λόγο αυτό εισάγονται στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης αναλυτικές εκφράσεις των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης  $J(\theta; w)$ , οι οποίες υπολογίζονται ως προς τις ιδιοσυχνότητες, τα ιδιοδιανύσματα και τις παραγώγους των πινάκων μάζας και ακαμψίας χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Nelson (Nelson 1976). Με παρόμοια ανάλυση, επεκτείνοντας τη μεθοδολογία του Nelson για τον υπολογισμό των πρώτων παραγώγων, οι δεύτερες παράγωγοι έχουν υπολογιστεί αναλυτικά (Ntotsios and Papadimitriou 2008) και έχουν εισαχθεί στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης, επιταχύνοντας σημαντικά τη σύγκλισή του στα ακρότατα, παρόλο που οι υπολογισμοί για την αναλυτική προσέγγιση των δευτέρων παραγώγων στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης αυξάνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος.

Ο υπολογισμός των Pareto λύσεων από την ελαχιστοποίηση της (8) επιτυγχάνεται με τη χρήση δύο υπολογιστικών μεθόδων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm) ο οποίος βασίζεται στη χρήση εξελικτικών αλγορίθμων (Zitzler and Thiele 1999, Haralampidis et al. 2005). Η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο Normal Boundary Intersection Method (Das and Dennis 1998). Για την περίπτωση δύο ή και τριών ομάδων ιδιομορφικών υπολοίπων, η μέθοδος NBI είναι υπολογιστικά πιο γρήγορη και ακριβής. Η μέθοδος NBI απαιτεί την αναλυτική περιγραφή των παραγώγων των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών και των παραγώγων των πινάκων μάζας και ακαμψίας ως προς τις παραμέτρους του προβλήματος η οποία επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Nelson (Nelson 1976) και είναι πιο γρήγορη από τη μέθοδο SPEA η οποία δεν απαιτεί πληροφορία από τις παραγώγους αυτές αλλά αποφεύγει την πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά ακρότατα.

## ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΙΔΙΟΜΟΡΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Στην ενότητα αυτή περιέχεται μια πλήρης περιγραφή του γραφικού περιβάλλοντος του λογισμικού αναγνώρισης των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών κατασκευών, το οποίο αναπτύχθηκε από την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Το λογισμικό αναγνώρισης ιδιομορφικών χαρακτηριστικών κατασκευών αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab και περιλαμβάνει γραφικό περιβάλλον αλληλεπίδρασης με το χρήστη ώστε να είναι απλό και κατανοητό στη χρήση ακόμα και από μη εξειδικευμένα άτομα. Λεπτομέρειες για το λογισμικό με οδηγίες χρήσης υπάρχουν στη δικτυακή διεύθυνση .<u>http://www.mie.uth.gr/labs/sdl</u>.. Επιτρέπει την πλήρη διερεύνηση και ανάλυση των σημάτων που προέρχονται από μετρήσεις της απόκρισης σε σημεία πάνω στην κατασκευή όταν αυτή διεγείρεται είτε από λειτουργικά φορτία (ambient vibrations), είτε από σεισμικά φορτία (forced vibrations), αλλά και από ελεγχόμενες διεγέρσεις που εφαρμόζονται σε κατασκευές μικρής ή πλήρους κλίμακας κυρίως για εργαστηριακά πειράματα. Το λογισμικό περιλαμβάνει ένα γραφικό περιβάλλον αναπαράστασης των μετρούμενων σημάτων που προέρχεται από την κατασκευή, και γραφικά περιβάλλοντα ανάλυσης και επεξεργασίας των μετρούμενων σημάτων χρησιμοποιώντας μια ποικιλία μεθόδων αναγνώρισης για να υπολογίσει τα ζητούμενα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά της κατασκευής. Μέσω του γραφικού περιβάλλοντος, ο χρήστης απλά επιλέγει τα μετρούμενα σήματα (επιταχύνσεις) που προέρχονται από ένα δίκτυο αισθητήρων πάνω στην κατασκευή (Σχήμα 1), τα μεταφέρει αν απαιτείται στο πεδίο συχνοτήτων (ανάλυση Fourier, ανάλυση διαφασματικής πυκνότητας), ανάλογα με το είδος της φόρτισης, και ορίζει το χρονικό διάστημα ή το εύρος συχνοτήτων στο οποίο θα γίνει η αναγνώριση (Σχήμα 2).



**Σχήμα 1.** Μετρούμενα σήματα (επιταχύνσεις) από κατασκευή που διεγείρεται (α) από περιβαλλοντικά και λειτουργικά φορτία, (β) από σεισμική διέγερση στη βάση της.

Το γραφικό περιβάλλον του λογισμικού περιέχει ένα σύνολο από καταλόγους (menus) στο πάνω μέρος του γραφικού περιβάλλοντος τα οποία ανοίγουν εμφανίζοντας πολλές από τις λειτουργίες του λογισμικού. Ακόμη περιέχει στοιχεία εισόδου (πλήκτρα και ρυθμίσεις) τα οποία αφορούν τη γραφική απεικόνιση και τον ορισμό του προβλήματος και την εκτέλεση της αναγνώρισης καθώς και χώρο για τις γραφικές απεικονίσεις του σήματος και της κατασκευής όπως αυτή επιλέγεται από τον χρήστη.



Σχήμα 2. Συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας των μετρούμενων σημάτων στο πεδίο συχνοτήτων.

Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τον αριθμό των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που ζητά να υπολογίσει και εκτιμά τις τιμές που μπορεί να έχουν είτε εποπτικά, είτε βοηθούμενος από τα διαγράμματα σταθεροποίησης (stabilization diagrams) πού είναι δυνατό να υπολογιστούν. Τέλος, ο χρήστης αφού επιλέξει τη μεθοδολογία που θα χρησιμοποιηθεί κατά την αναγνώριση, με το πάτημα ενός κουμπιού ξεκινά τον αλγόριθμο που επεξεργάζεται το σήμα για να υπολογίσει τις ιδιοσυχνότητες, τους συντελεστές απόσβεσης, τις ιδιομορφές και τους ιδιομορφικούς συντελεστές συνεισφοράς για την κατασκευή (Σχήμα 3).



**Σχήμα 3.** Εργαλεία του λογισμικού ιδιομορφικής αναγνώρισης κατασκευών: (α) το παράθυρο διαλόγου επιλογής αλγόριθμου ιδιομορφικής αναγνώρισης τριών βημάτων, (β) διάγραμμα σταθεροποίησης (stabilization diagram).

Αμέσως μετά την ολοκλήρωση της εκτέλεσης της διαδικασίας αναγνώρισης και τον υπολογισμό του ιδιομορφικού μοντέλου, η απόκριση του οποίου προσεγγίζει την μετρούμενη απόκριση, τα αποτελέσματα της αναγνώρισης παρουσιάζονται στο παράθυρο της

εφαρμογής αλλά και στην έξοδο του προγράμματος σε συνοπτικό αρχείο κειμένου. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να εμφανίσει στο γραφικό περιβάλλον του λογισμικού τα αποτελέσματα της αναγνώρισης επιλέγοντας την κάθε εφαρμογή που έχει τρέξει. Συγκεκριμένα, έχει τη δυνατότητα να εμφανίσει την προσέγγιση της απόκρισης του ιδιομορφικού μοντέλου (modal identification fits) και να τη συγκρίνει με την μετρούμενη (Σχήμα 4α), αλλά και να απεικονίσει γραφικά τις ιδιομορφικές συνιστώσες στα σημεία μέτρησης πάνω σε γραμμικό γεωμετρικό μοντέλο της κατασκευής (Σχήμα 4β).



Σχήμα 4. Αποτελέσματα ιδιομορφικής αναγνώρισης: (α) σύγκριση μετρούμενων συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας και των αντίστοιχων συναρτήσεων που προβλέπονται από το αναγνωρισμένο ιδιομορφικό μοντέλο, (β) απεικόνιση των ιδιομορφικών συνιστωσών στα σημεία μέτρησης.

## ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Στην ενότητα αυτή περιέχεται μια πλήρης περιγραφή του γραφικού περιβάλλοντος του λογισμικού αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών, το οποίο αναπτύχθηκε από την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Το λογισμικό αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab και συνεργάζεται με το λογισμικό COMSOL Multiphysics το οποίο παρέχει την απαραίτητη μοντελοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία. Λεπτομέρειες για то λογισμικό aμ οδηγίες χρήσης υπάρχουν στη δικτυακή διεύθυνση http://www.mie.uth.gr/labs/sdl. То λογισμικό περιλαμβάνει γραφικό περιβάλλον αλληλεπίδρασης με το χρήστη ώστε να είναι απλό και κατανοητό στη χρήση ακόμα και από μη εξειδικευμένα άτομα. Επιτρέπει την πλήρη διερεύνηση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και των μετρητικών δεδομένων και είναι πλήρως προσαρμόσιμο στις ανάγκες του χρήστη αφού επιτρέπει τον επανακαθορισμό των περισσότερων παραμέτρων λειτουργίας του. Το λογισμικό περιλαμβάνει πολλαπλές δυνατότητες ανάλυσης και παραμετροποίησης των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων καθώς και ανάλυσης των μετρητικών δεδομένων. Περιέχει ρουτίνες μονοκριτηριακής αλλά και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με τη χρήση εξελικτικών αλγορίθμων σε συνδυασμό με κλασσικές μεθόδους βαθμίδας για την επίλυση του αντίστροφου προβλήματος της αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Το γραφικό περιβάλλον του λογισμικού περιέχει ένα σύνολο από καταλόγους (menus) οι οποίοι περιέχουν τις λειτουργίες του λογισμικού καθώς και χώρο για τις γραφικές απεικονίσεις του μοντέλου όπως αυτή επιλέγεται μέσω των menus από τον χρήστη. Μέσω

του γραφικού περιβάλλοντος, ο χρήστης απλά επιλέγει το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που είναι προς αναθεώρηση και το παραμετροποιεί κατάλληλα (Σχήμα 5). Στη συνέχεια έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τις πειραματικά μετρούμενες αποκρίσεις της κατασκευής για να τις διαχειριστεί στην αναθεώρηση.



Σχήμα 5. Το γραφικό περιβάλλον του λογισμικού αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τους βαθμούς ελευθερίας στους οποίους αντιστοιχούν οι μετρούμενες ιδομορφικές συνιστώσες και στη συνέχεια να επιλέξει την κατάλληλη μεθοδολογία αναθεώρησης από τις διαθέσιμες (Σχήμα 6). Με το πάτημα ενός κουμπιού ο αλγόριθμος ξεκινά την αναγνώριση των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων του μοντέλου προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο χαρακτηριστικών απόκρισης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παράθυρο της εφαρμογής αλλά και στην έξοδο του προγράμματος σε συνοπτικό αρχείο κειμένου.

# ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΚΟΝΤΙΝΩΝ ΙΔΙΟΜΟΡΦΩΝ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΓΕΦΥΡΩΝ

Η περίπτωση που μία κατασκευή παρουσιάζει κοντινές και αλληλεπικαλυπτόμενες ιδιομορφές, η αναγνώρισή τους είναι ένα πρόβλημα που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Το πρόβλημα αυτό μελετάται λεπτομερώς στην παρούσα ενότητα. Συγκεκριμένα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος τριών βημάτων εφαρμόζεται στην ενότητα αυτή σε δεδομένα μετρήσεων για την αναγνώριση προσομοιωμένα των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών σε μοντέλο κατασκευής η οποία παρουσιάζει κοντινές ιδιομορφές, για να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητά του. Στη βιβλιογραφία έχει επικρατήσει η χρήση αλγορίθμων αναγνώρισης δύο βημάτων για την ακριβή αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών. Διαπιστώνεται όμως από το παράδειγμα που παρουσιάζεται ότι τα δύο πρώτα βήματα είναι ανεπαρκή για περιπτώσεις κοντινών ιδιομορφών. Η χρήση του τρίτου βήματος είναι απαραίτητη και βελτιώνει σημαντικά τα αποτελέσματα ιδιομορφικής αναγνώρισης.



Σχήμα 6. Εργαλεία λογισμικού αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Τα προσομοιωμένα δεδομένα μετρήσεων που αναλύονται προκύπτουν από την απόκριση που προβλέπεται από μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων κατασκευής το οποίο υπόκειται σε διέγερση λευκού θορύβου. Το μοντέλο της κατασκευής έχει επιλεχθεί ώστε να παρουσιάζει όμοια συμπεριφορά με την πραγματική γέφυρα Γ2 της Καβάλας πολλαπλών ανοιγμάτων που έχει μελετηθεί (Ntotsios et al. 2008, Ntotsios 2008) και παρουσιάζει κοντινές αλληλεπικαλυπτόμενες ιδιομορφές.

Αναλυτικότερα, για να δημιουργηθούν τα προσομοιωμένα δεδομένα, από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων εξάγονται τα μητρώα ακαμψίας και μάζας και δημιουργείται η εξίσωση κατάστασης χώρου στο διακριτό χρόνο

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_c \boldsymbol{u} \left( \boldsymbol{k} \Delta t \right) \tag{10}$$

όπου

$$\mathbf{A}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$$
(11)

και

$$\mathbf{B}_{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \end{bmatrix}$$
(12)

με Κ το μητρώο ακαμψίας, Μ το μητρώο μάζας, C το μητρώο μη κλασικής απόσβεσης που σχηματίζεται κατάλληλα ,  $m{u}(k\Delta t)$  είναι ένα διάνυσμα διέγερσης λευκού θορύβου και f Lένας πίνακας που αντιστοιχεί τις διεγέρσεις στους βαθμούς ελευθερίας που διεγείρονται. Από το μοντέλο κατάστασης χώρου υπολογίζονται οι επιταχύνσεις σε συγκεκριμένους βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου η οποία αποτελεί τα μετρούμενα δεδομένα. Η χρονική διάρκεια του σήματος που λαμβάνεται υπόψη θα πρέπει να είναι πολλαπλάσια του  $1/\Delta \omega$ , όπου  $\Delta \omega$  είναι η απόσταση μεταξύ των κοντινών ιδιομορφών. Αρχικά, αφού υπολογιστούν οι συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας για τις επιταχύνσεις, εφαρμόζονται τα δύο πρώτα βήματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας στην περιοχή συχνοτήτων όπου βρίσκονται οι κοντινές ιδιομορφές και υπολογίζονται τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά  $\omega_r$ ,  $\zeta_r$ ,  $\phi_r$ ,  $g_r$ , A και B τα οποία ορίζουν τον πίνακα διαφασματικής πυκνότητας της εξίσωσης (2). Στην συνέχεια εκτελείται το τρίτο βήμα του αλγορίθμου κατά το οποίο επιλύεται απευθείας το αρχικό μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης ως προς τα  $m{g}_r$  ,  $m{\omega}_r$  και  $m{\zeta}_r$  , εφαρμόζοντας ως αρχικές συνθήκες για τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης τις τιμές που προκύπτουν από τα δύο προηγούμενα βήματα και υπολογίζονται εκ νέου οι συναρτήσεις διαφασματικής πυκνότητας. Στο Σχήμα 7 σχεδιάζεται το μέτρο  $\|\hat{\mathbf{S}}(k\Delta\omega)\|$  και  $\|\mathbf{S}(k\Delta\omega;\boldsymbol{\psi})\|$  των μετρούμενων αλλά και των αναγνωρισμένων συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας που προκύπτουν εφαρμόζοντας την προσέγγιση δύο και τριών βημάτων αντίστοιχα σε δύο από τα σημεία μέτρησης, όπου φαίνεται καθαρά πόσο ανεπαρκής είναι η αναγνώριση του ιδιομορφικού μοντέλου χωρίς την εφαρμογή του τρίτου βήματος.



**Σχήμα 7.** Σύγκριση των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας των μετρούμενων επιταχύνσεων και αυτών που προβλέπονται από το αναγνωρισμένο ιδιομορφικό μοντέλο εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο δύο και τριών βημάτων σε δυο από τα σημεία μέτρησης.

Θα πρέπει να σημειωθεί πως αυξάνοντας το χρόνο δειγματοληψίας η αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας να αναγνωρίζει τις κοντινές ιδιομορφές αυξάνεται σημαντικά. Συγκεκριμένα ο χρόνος αυτός θα πρέπει να είναι πολλαπλάσιος του χρόνου 1/Δω έτσι ώστε τα μετρούμενα σήματα να περιέχουν την απαραίτητη πληροφορία για τον διαχωρισμό των κοντινών αλληλεπικαλυπτόμενων ιδιομορφών. Στο Σχήμα 8 παρουσιάζεται η βελτίωση στην

προσέγγιση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών που προκύπτει αυξάνοντας το χρόνο δειγματοληψίας στο διπλάσιο για το παραπάνω σύστημα. Παρόλα αυτά μεγάλη δειγματοληψία δημιουργεί επιμέρους προβλήματα όσον αφορά την αποθήκευση και μεταφορά των μετρητικών δεδομένων αλλά και του απαιτούμενου χρόνου για τον υπολογισμό των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας των μετρούμενων αποκρίσεων.



**Σχήμα 8.** Σύγκριση των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας των μετρούμενων επιταχύνσεων και αυτών που προβλέπονται από το αναγνωρισμένο ιδιομορφικό μοντέλο εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο δύο και τριών βημάτων σε δυο από τα σημεία μέτρησης για διπλάσια διάρκεια μέτρησης

## ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΓΕΦΥΡΑΣ ΒΑΣΕΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΣΕ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΣΕΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΕΓΕΡΣΕΙΣ

## Περιγραφή Γέφυρας του Πολύμυλου

Η μεθοδολογία αναγνώρισης μοντέλων κατασκευών εφαρμόστηκε με επιτυχία για την αναγνώριση του ιδιομορφικού μοντέλου και την αναθεώρηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας Γ9 της Εγνατίας Οδού που βρίσκεται στον Πολύμυλο. Η γέφυρα Γ9 του Πολύμυλου αποτελείται από δύο όμοιους, στατικά ανεξάρτητους, κλάδους μορφής Τ με μικρή καμπυλότητα κατά μήκος τους (Σχήμα 10α). Το μήκος της είναι 170m και η διατομή του καταστρώματος είναι κυβωτοειδής, πλευράς που κυμαίνεται από 9m κοντά στο μεσόβαθρο ως 4m κοντά στα ακρόβαθρα. Έχει ένα μοναδικό βάθρο αποτελούμενο από δύο όμοιες κολώνες ύψους 35m μονολιθικά συνδεδεμένες με την ανωδομή που θεμελιώνονται σε μια ογκώδης ορθογώνια βάση η οποία βρίσκεται μέσα στο έδαφος. Η γέφυρα είναι κατασκευασμένη με προβολοδόμηση και εδράζεται στα ακρόβαθρα επί ελαστομεταλλικών εφεδράνων τα οποία όμως ουσιαστικά λειτουργούν μόνο κατά την εγκάρσια διεύθυνση ενώ κατά τη διαμήκη επιτρέπεται η ελεύθερη κύλιση. Ο βορεινός κλάδος της γέφυρας έχει ενοργανωθεί με είκοσι τέσσερα επιταχυνσιόμετρα από τα οποία τα δεκαπέντε είναι τοποθετημένα στις πλευρές του καταστρώματος, τρία στη βάση του μεσόβαθρου και από τρία στα δύο ακρόβαθρα στις βάσεις των ελαστομερών εφεδράνων. Οι ακριβείς θέσεις και διευθύνσεις των αισθητήρων πάνω στη γέφυρα φαίνονται στο Σχήμα 9.



Σχήμα 9. Θέσεις και διευθύνσεις των επιταχυνσιομέτρων πάνω στη Γέφυρα Γ9 του Πολύμυλου

## Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της Γέφυρας του Πολύμυλου

Με βάση τις ιδιότητες για τα υλικά και τη γεωμετρία της γέφυρας κατασκευάστηκε λεπτομερές μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Η προσομοίωση με πεπερασμένα στοιχεία έγινε με το λογισμικό COMSOL Multiphysics. Για την κατασκευή του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν κυρίως τρισδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία δοκού κατά Euler που τοποθετήθηκαν κατά τον κεντροβαρικό άξονα των διατομών. Ειδικά, για την καλύτερη εποπτεία του καταστρώματος προστέθηκε μια σειρά άκαμπτων δοκών μηδενικής μάζας εκατέρωθεν του κέντρου βάρους ώστε να εμφανιστούν πληρέστερα οι διάφορες ανώτερες ιδιομορφές του καταστρώματος. Για την σύνδεση του καταστρώματος με τα ακρόβαθρα χρησιμοποιήθηκαν άκαμπτα στοιχεία μηδενικής μάζας στα άκρα των οποίων τοποθετήθηκαν τα εφέδρανα τα οποία και εξαρτήθηκαν από την κατάλληλη θέση στην κορυφή των βάθρων. Αυτό το μοντέλο φαίνεται στην Σχήμα 10β και έχει 1248 βαθμούς ελευθερίας. Η όλη προσομοίωση γίνεται σε περιβάλλον προγραμματισμού COMSOL Multiphysics. Τα ελαστομερή εφέδρανα προσομοιώνονται από ελατήρια, με κατάλληλες ελαστικές σταθερές, έτσι ώστε να παρέχουν την ισοδύναμη αξονική, εγκάρσια και κατακόρυφη δυσκαμψία των εφεδράνων. Τα ακρόβαθρα θεωρούνται ως απαραμόρφωτα σώματα, ενώ οι πυλώνες προσομοιώνονται με στοιχεία δοκού που οι ιδιότητες τους προκύπτουν από τα κατασκευαστικά σχέδια της γέφυρας. Για τους πυλώνες θεωρείται ότι συνδέονται άκαμπτα με τη θεμελίωση.



**Σχήμα 10.** (α) Άποψη γέφυρας Γ9 του Πολύμυλου μήκους 170m και πλάτους 10m και ένα βάθρο ύψους 35m, (β) Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας Γ9 του Πολύμυλου με πεπερασμένα στοιχεία δοκού κατά Euler.

#### Αναγνώριση Ιδιομορφικών Χαρακτηριστικών

Για την αναγνώριση των ιδιομορφικών χαρακτηριστικών της γέφυρας Γ9 του Πολύμυλου χρησιμοποιήθηκαν μετρήσεις της απόκρισης από λειτουργικά φορτία διάρκειας περίπου 30

λεπτών. Επίσης ένας σεισμός μικρής έντασης ( $M_L = 4.6$ ) και διάρκειας που συνέβη στις 21/2/2007 (2:04:38 GMT) με επίκεντρο σε απόσταση 35Km περίπου νοτιοανατολικά της γέφυρας, καταγράφηκε και έδωσε τη δυνατότητα να εφαρμοστεί η μεθοδολογία αναγνώρισης ιδιομοφικών χαρακτηριστικών βάσει σεισμικών φορτίων για τη γέφυρα Γ9. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η απόκριση της γέφυρας εξαιτίας του σεισμικού συμβάντος διάρκειας 20 sec καταγράφηκε με ευκρίνεια και δεν υπερκαλύφτηκε από την απόκριση λόγω λειτουργικών φορτίων κυρίως γιατί ο σεισμός συνέβη σε ώρα που η κίνηση τον οχημάτων πάνω στη γέφυρα ήταν λιγοστή αν όχι ανύπαρκτη.

Τα μετρητικά δεδομένα από τη γέφυρα Γ9 εισάχθηκαν στο λογισμικό ιδιομορφικής αναγνώρισης που παρουσιάστηκε και εκτελέστηκαν οι αλγόριθμοι αναγνώρισης για την περίπτωση των ταλαντώσεων από λειτουργικά φορτία και για την περίπτωση των σεισμικών φορτίων. Οκτώ (8) ιδιομορφές της γέφυρας αναγνωρίστηκαν με επιτυχία, από τις οποίες οι πέντε είναι στην εγκάρσια διεύθυνση της γέφυρας και οι τρεις είναι καμπτικές. Επίσης, από τις μετρήσεις της απόκρισης λόγω του σεισμού αναγνωρίστηκε μια ακόμη διαμήκης ιδιομορφή. Οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων και των συντελεστών απόσβεσης που αναγνωρίστηκαν από τις δύο αναλύσεις παρουσιάζονται στον Πίνακα 2, ενώ ενδεικτικά στο Σχήμα 11 απεικονίζονται δύο από τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές (1<sup>η</sup> καμπτική και 2<sup>η</sup> εγκάρσια). Περισσότερες πληροφορίες δίνονται στις εργασίες Ntotsios et al. (2008).

Ιδιομορφή	Λειτουργικά φορτία		Σεισμικά φορτία		Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων
	ωHz	ζ (%)	Ø Hz	ζ (%)	𝔐 Hz
1 <sup>.η</sup> Εγκάρσια	1.13	2.0	1.29	1.8	0.96
1 <sup>,η</sup> Διαμήκης	-	-	1.17	1.8	0.70
2 <sup>η</sup> Εγκάρσια	1.20	5.6	1.30	5.9	0.70
1 <sup>,η</sup> Καμπτική	2.13	0.6	2.20	0.6	2.18
3 <sup>η</sup> Εγκάρσια	2.22	1.1	2.56	3.5	1.91
2 <sup>η</sup> Καμπτική	3.07	0.4	3.20	0.7	3.21
4 <sup>η</sup> Εγκάρσια	4.10	0.8	4.23	3.2	3.77
3 <sup>η</sup> Καμπτική	6.66	0.5	6.89	0.6	7.10
5 <sup>η</sup> Εγκάρσια	6.78	0.8	7.24	1.2	7.02

Πίνακας 2. Αναγνωρισμένες τιμές των ιδιοσυχνοτήτων και των συντελεστών απόσβεσης και τιμές που προβλέπονται από το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

Συγκρίνοντας τις τιμές για τους συντελεστές απόσβεσης του Πίνακα 2, παρατηρείται πως οι καμπτικές ιδιομορφές έχουν χαμηλότερες τιμές απόσβεσης, της τάξης του 0.4% με 0.7%, σε σχέση με τους συντελεστές απόσβεσης των εγκάρσιων και διαμηκών ιδιομορφών που κυμαίνονται μεταξύ 0.8% και 5.9%. Οι υψηλές τιμές απόσβεσης που παρατηρούνται για τις εγκάρσιες και διαμήκεις ιδιομορφές μπορούν να αιτιολογηθούν στο μηχανισμό απορρόφησης ενέργειας που προκαλείται από την παραμόρφωση στα εφέδρανα που βρίσκονται στα άκρα της γέφυρας τα οποία συνεισφέρουν σε αυτές τις ιδιομορφές αλλά και τους μηχανισμούς απόσβεσης λόγω ταλαντώσεων του εδάφους.



**Σχήμα 11.** (α) 1<sup>0</sup> καμπτική και (β) 2<sup>0</sup> εγκάρσια ιδιομορφή της γέφυρας του Πολύμυλου.

Από τα αποτελέσματα της ιδιομορφικής αναγνώρισης που παρουσιάζονται στον Πίνακα 2, παρατηρείται πως οι τιμές των ιδοσυχνοτήτων που αναγνωρίζονται χρησιμοποιώντας τα μετρητικά δεδομένα από σεισμικά φορτία είναι από 4% έως 15% υψηλότερες από τις τιμές που υπολογίζονται από τα λειτουργικά φορτία. Μια λογική εξήγηση για τις διαφορές που παρατηρούνται είναι η αλληλεπίδραση κατασκευής και εδάφους (Safak 1997) στην απόκριση που μετρείται. Ειδικότερα, οι ιδιοσυχνότητες που αναγνωρίζονται από τα δεδομένα των σεισμικών φορτίων χρησιμοποιώντας ως είσοδο τις επιταχύνσεις που μετρούνται στη βάση των ακρόβαθρων και του μεσόβαθρου, είναι αυτές που αντιστοιχούν στο δυναμικό σύστημα της γέφυρας όπου δεν συμμετέχει το έδαφος και η γέφυρα θεωρείται πακτωμένη στις βάσεις της όπου και μετρείται η επιτάχυνση. Αντίθετα, για την περίπτωση των λειτουργικών φορτίων οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που υπολογίζονται αντιστοιχούν στο δυναμικό σύστημα το οποίο λαμβάνει υπόψη την συνεισφορά του εδάφους. Την άποψη αυτή ενισχύει το γεγονός ότι κατά την καταγραφή των ταλαντώσεων από λειτουργικά φορτία καταγράφονται ταλαντώσεις στη βάση του μεσόβαθρου και των εφεδράνων. Για το λόγο αυτό, η αλληλεπίδραση εδάφους και κατασκευής παρουσιάζει την κατασκευή πιο εύκαμπτη όταν λαμβάνεται υπόψη στο δυναμικό μοντέλο που συμμετέχει και το έδαφος.

Στο Σχήμα 12α συγκρίνεται το μέτρο των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας των μετρούμενων επιταχύνσεων και των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας των επιταχύνσεων που προβλέπονται από το βέλτιστο ιδιομορφικό μοντέλο που αναγνωρίζεται σε επιλεγμένους αισθητήρες για την περίπτωση των λειτουργικών φορτίων στη γέφυρα. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 12β συγκρίνεται το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της μετρούμενης επιτάχυνσης και του μετασχηματισμού Fourier της επιτάχυνσης που προβλέπεται από το βέλτιστο ιδιομορφικό μοντέλο που αναγνωρίζεται σε επιλεγμένους αισθητήρες για την περίπτωση των λειτουργικών φορτίων στη γέφυρα. Αντίστοιχα, στο Σχήμα 12β συγκρίνεται το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της μετρούμενης επιτάχυνσης και του μετασχηματισμού Fourier της επιτάχυνσης που προβλέπεται από το βέλτιστο ιδιομορφικό μοντέλο που αναγνωρίζεται σε επιλεγμένους αισθητήρες για την περίπτωση των σεισμικών φορτίων στη γέφυρα. Όπως φαίνεται η ακρίβεια της προσέγγισης του μοντέλου που τελικά υπολογίζεται είναι πολύ καλή πράγμα που δείχνει την αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων αλγόριθμων και λογισμικού που έχουν αναπτυχθεί.



**Σχήμα 12.** Σύγκριση μεταξύ μετρούμενων και προβλεπόμενων από το βέλτιστο ιδιομορφικό μοντέλο (α) των συναρτήσεων διαφασματικής πυκνότητας και (β) του μετασχηματισμού Fourier των επιταχύνσεων σε επιλεγμένους αισθητήρες.

#### Αναθεώρηση μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Χρησιμοποιώντας τα μετρητικά δεδομένα που αναγνωρίστηκαν από τη γέφυρα Γ9 του Πολύμυλου εφαρμόστηκε η μεθοδολογία αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για το ονομαστικό μοντέλο της γέφυρας. Τα αποτελέσματα για διάφορες περιπτώσεις αναθεώρησης με διαφορετική επιλογή παραμέτρων του μοντέλου και αριθμού των μετρούμενων ιδιομορφών που λαμβάνονται υπόψη παρουσιάζονται στις εργασίες Ntotsios et al. (2008) και Ntotsios and Papadimitriou (2008). Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ενδεικτικά μία περίπτωση αναθεώρησης του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας του Πολύμυλου εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της πολυκριτηριακής αναθεώρησης που έχει αναπτυχθεί και εισαχθεί στο λογισμικό που παρουσιάστηκε. Συγκεκριμένα, για την αναθεώρηση χρησιμοποιήθηκαν από τις αναγνωρισμένες ιδιομορφές οι 1<sup>η</sup> εγκάρσια ιδιομορφή, η 2<sup>η</sup> εγκάρσια ιδιομορφή και η 1<sup>η</sup> καμπτική ιδιομορφή. Το μοντέλο παραμετροποιήθηκε έτσι ώστε η πρώτη παράμετρος θι να αναφέρεται στην ακαμψία των εφεδράνων, η δεύτερη παράμετρος θ, στην ακαμψία του καταστρώματος και η τρίτη παράμετρος θ<sub>3</sub> στην ακαμψία του μεσόβαθρου. Επιλέχθηκαν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις (Σχέση (7), η πρώτη εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο τιμών των τριών ιδιοσυχνοτήτων, ενώ η δεύτερη εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο τιμών των ιδιομορφικών συνιστωσών των τριών ιδιομορφών.

Στο Σχήμα 13 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης για το πρόβλημα της αναθεώρησης του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας Γ9. Έχουν υπολογιστεί είκοσι Pareto βέλτιστα μοντέλα και στο Σχήμα 13α απεικονίζεται η απόδοσή τους στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Στο Σχήμα 13β-δ σχεδιάζονται οι Pareto βέλτιστες τιμές στων διδιάστατο χώρο των παραμέτρων ( $\theta_1$ , $\theta_2$ ), ( $\theta_1$ , $\theta_3$ ) και ( $\theta_2$ , $\theta_3$ ) που αντιστοιχούν σε κάθε Pareto βέλτιστο μοντέλο. Συγκρίνοντας τις Pareto βέλτιστες λύσεις φαίνεται πως δεν υπάρχει Pareto λύση η οποία να βελτιώνει τη διαφορά μεταξύ μετρούμενων και προβλεπόμενων από το μοντέλο τιμών για τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις ταυτόχρονα. Για το λόγο, αυτό όλες οι Pareto λύσεις αντιστοιχούν σε αποδεκτά δομικά μοντέλα τα οποία αντισταθμίζουν τη διαφορά μεταξύ των μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο τιμών των ιδιοσυχνοτήτων με τη διαφορά μεταξύ των

μετρούμενων και των προβλεπόμενων από το μοντέλο τιμών των ιδιομορφικών συνιστωσών των ιδιομορφών. Είναι αξιοσημείωτο ότι οι Pareto τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται σημαντικά. Συγκεκριμένα οι τιμές της παραμέτρου  $\theta_1$  μεταβάλλεται στην περιοχή [3.35,3.76], της δεύτερης παραμέτρου  $\theta_2$  στην περιοχή τιμών [1,1.72] και της τρίτης παραμέτρου  $\theta_3$  στην περιοχή τιμών [0.15,0.82] Το μέγεθος των διαφορών οφείλεται στο σφάλμα μοντελοποίησης και στα σφάλματα επεξεργασίας των μετρήσεων. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται και η βέλτιστη λύση για την περίπτωση της ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων του μονοκριτηρικού προβλήματος βελτιστοποίησης (9) η οποία φαίνεται πως είναι μία από τις βέλτιστες λύσεις που σχηματίζουν το μέτωπο Pareto. Η λύση 20 ελαχιστοποιεί το ιδιομορφικό υπόλοιπο  $J_2(\theta)$  των ιδιομορφών. Αριθμητικά αποδεικνύεται ότι το πρόβλημα είναι μία από αυτές. Οι Pareto λύσεις περιγράφουν πλήρως το σύνολο όλων των αποδεκτών λύσεων και αποτελούν γενίκευση της λύσης που επιτυγχάνεται από διαθέσιμες μεθόδους αναθεώρησης μοντέλων.



**Σχήμα 13.** Το μέτωπο Pareto και οι Pareto βέλτιστες λύσεις στο (α) χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, (β-δ) στο χώρο των παραμέτρων συγκρινόμενες με τη βέλτιστη λύση της μεθόδου ίσης στάθμισης των ιδιομορφικών υπολοίπων.

#### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αναπτύχθηκαν μεθοδολογίες ιδιομορφικής αναγνώρισης κατασκευών βάσει μετρήσεων των ταλαντώσεων από λειτουργικά και από σεισμικά φορτία. Προτάθηκε αλγόριθμος τριών βημάτων για εναλλακτική αλλά και αποτελεσματικότερη επίλυση των προβλημάτων ελαχιστοποίησης των συναρτήσεων σφάλματος που προκύπτουν από τις μεθοδολογίες. Διατυπώθηκε επίσης το πρόβλημα αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών και προτάθηκαν αλγόριθμοι επίλυσης των μονοκριτηρικών και πολυκριτηριακών προβλημάτων βελτιστοποίησης που προκύπτουν από τη διατύπωσή του. Επίσης, παρουσιάστηκαν τα γραφικά περιβάλλοντα των λογισμικών που έχουν αναπτυχθεί από την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Δυναμικής Συστημάτων του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, τα οποία περιέχουν ποικιλία αλγορίθμων επίλυσης των προβλημάτων αναγνώρισης των ιδιομορφικών μοντέλων και αναθεώρησης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων κατασκευών.

Εφαρμόστηκε ŋ μεθοδολογία αναγνώρισης ιδιομορφικών χαρακτηριστικών σε προσομοιωμένα μετρητικά δεδομένα για την επίδειξη της αποτελεσματικότητας του προτεινόμενου αλγόριθμου τριών βημάτων για την αναγνώριση κοντινών και επικαλυπτόμενων ιδιομορφών. Η μεθοδολογία εφαρμόστηκε επίσης με επιτυχία σε μετρητικά δεδομένα από τη γέφυρα Γ9 του Πολύμυλου. Οι μετρήσεις αναφέρονται σε ταλαντώσεις της γέφυρας προκαλούμενες από λειτουργικά φορτία αλλά και σε ταλαντώσεις προκαλούμενες από μικρής έντασης σεισμό. Αναγνωρίστηκαν με επιτυχία τα ιδιομορφικά χαρακτηριστικά της γέφυρας τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την αναγνώριση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων της γέφυρας. Συγκεκριμένα, η προτεινόμενη μεθοδολογία πολυκριτηριακής αναθεώρησης που εφαρμόστηκε για την περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων υπολόγισε όλα τα Pareto βέλτιστα μοντέλα και σχημάτισε την περιοχή τιμών στις οποίες κυμαίνονται οι τιμές των παραμέτρων όλων των αποδεκτών βέλτιστων μοντέλων. Οι Pareto βέλτιστες τιμές των παραμέτρων παρουσιάζουν μεγάλες μεταβολές. Το μέγεθος των διαφορών οφείλεται στο σφάλμα μοντελοποίησης και στα σφάλματα επεξεργασίας των μετρήσεων. Οι Pareto βέλτιστες λύσεις προσδιορίζουν πλήρως το σύνολο όλων των αποδεκτών λύσεων. Αλγόριθμοι αναθεώρησης μοντέλων που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία δίνουν μία από τις Pareto λύσεις. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι πολυκριτηριακής αναγνώρισης αποτελούν γενίκευση των υπαρχόντων αλγορίθμων.

#### ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εργασία συγχρηματοδοτήθηκε 75% από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινοτικό Ταμείο), 25% από το Ελληνικό Υπουργείο Ανάπτυξης (Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας) και από τον ιδιωτικό τομέα, στο πλαίσιο του Μέτρου 8.3 του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα (Γ' Κοινοτικό πλαίσιο Στήριξης) υπό το κονδύλιο 03-ΕΔ-524 (Π.ΕΝ.Ε.Δ. 2003).

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Basseville M., Benveniste A., Goursat M., Hermans L., Mevel L., Van der Auweraer H., (2001), "Output-only subspace-based structural identication: from theory to industrial testing practice", *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 123 (4), pp. 668-676.
- Beck J.L., (1978), "Determining models of structures from earthquake records", *Earthquake Engineering Research Laboratory*, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 78 (01).
- Beck J.L., May B.S., Polidori D.C., (1994), "Determination of modal parameters from ambient vibration data for structural health monitoring", *Proceedings of the 1st World Conference on Structural Control*, Los Angeles, USA, pp. 1395-1402.
- Beck J.L., Jennings P.C., (1980), "Structural identification using linear models and earthquake records", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8, pp. 145-160.

- Brincker R., Zhang L., Andersen P., (2001), "Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition", Smart Materials and Structures, 10, pp. 441-445.
- Chaudhary M.T.A., Abe M., Fujino Y., (2000), "System identification of two base-isolated buildings using seismic records". Journal of Structural Engineering (ASCE), 126 (10), pp. 1187-1195.
- Chaudhary M.T.A., Abe M., Fujino, Y., (2002), "Role of structural details in altering the expected seismic response of base-isolated bridges", Mechanical Systems and Signal *Processing*, 16 (2-3), pp. 413-428.
- Christodoulou, K., Papadimitriou, C. (2007), "Structural identification based on optimally weighted modal residuals", Mechanical Systems and Signal Processing, 21, pp. 4-23.
- Christodoulou K., (2006), "Methodology for Structural Identification and Damage Detection", PhD Thesis Report SDL-06-01, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly.

COMSOL AB., (2005), COMSOL Multiphysics User's Guide. [http://www.comsol.com/].

- Das I., Dennis J.E. Jr., (1998), "Normal-Boundary Intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multi-criteria optimization problems", SIAM Journal of Optimization, 8, pp. 631-657.
- Fritzen C.P., Jennewein D., Kiefer T., (1998), "Damage detection based on model updating methods", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12 (1), pp. 163-186.
  Haralampidis Y., Papadimitriou C., Pavlidou M., (2005), "Multi-objective framework for structural model identification", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 34 (6), pp. 665-685.
- Gauberghe B., (2004), "Applied frequency-domain system identification in the field of experimental and operational modal analysis", PhD Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Belgium.
- Guillaume P., Hermans L., Van der Auweraer H., (1999), "Maximum likelihood identification of modal parameters from operational data", Proceedings of the International Modal Analysis Conference - IMAC 2, pp. 1887-1893.
- Καρακώστας Χ., Παπαδημητρίου Κ., Λεκίδης Β., Πανέτσος Π., Ντότσιος Ε., Σαλονικιός Θ., Μακάριος Τ., Σους Ι., (2008), "Αποτίμηση δυναμικών χαρακτηριστικών γεφυρών της Εγνατίας Οδού με βάση την απόκριση τους σε δυναμικές διεγέρσεις", 3° Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής και Τεχνικής Σεισμολογίας, Αθήνα.
- Katafygiotis L.S., Lam H.F., Papadimitriou C., (2000), "Treatment of unidentifiability in structural model updating", Advances in Structural Engineering, 3 (1), pp. 19-39.
- Katafygiotis L.S., and Yuen K.V., (2001), "Bayesian spectral density approach for modal updating using ambient data", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 30 (8), pp. 1103-1123.
- McVerry G.H., (1980), "Structural identification in the frequency domain from earthquake records", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 8, pp. 161-180.
- Mottershead J.E., Friswell M.I., (1993), "Model updating in structural dynamics: A survey", Journal of Sound and Vibration, 167, pp. 347-375.
- Nelson R.B., (1976), "Simplified calculation of eigenvector derivatives", AIAA Journal 14 (9), pp. 1201-1205.
- Nikolaou I., (2008), "Structural Modal Identification based on Earthquake-Induced Vibrations", MS Thesis Report No. SDL-08-2, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly.
- Ntotsios E., (2008), "Experimental modal analysis using ambient and earthquake vibrations: Theory, Software and Applications", MS Thesis Report No. SDL-08-1, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Thessaly.
- Ntotsios E. and Papadimitriou C., (2008), "Multi-Objective Optimization Framework For Finite Element Model Updating And Response Prediction Variability", Inaugural International Conference of the Engineering Mechanics Institute (EM08), in press.
- Ntotsios E., Karakostas C., Lekidis V., Panetsos P., Nikolaou I., Papadimitriou C., (2008), "Structural identification of Egnatia Odos bridges based on ambient and earthquake induced vibrations", Bulletin of Earthquake Engineering, submitted for publication.

- Ντότσιος Ε., Πέρρος Κ., Παπαδημητρίου Κ., Πανέτσος Π., Λεκίδης Β., Καρακώστας Χ., Σαλονικιός Θ., Μακάριος Τ., Σους Ι., (2008), "Αναθεώρηση προσομοιωμάτων γεφυρών της Εγνατίας Οδού με βάση την απόκριση τους σε δυναμικές διεγέρσεις", 3° Πανελλήνιο Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής και Τεχνικής Σεισμολογίας, Αθήνα.
- Papadimitriou C., (2004), "Bayesian inference applied to structural model updating and damage detection", 9th ASCE Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, Albuguergue, New Mexico.
- Papageorgiou A.S., Lin B.C., (1989), "Influence of lateral-load-resisting system on the earthquake response of structures - A system identification study", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 18, pp. 799-814.
- Peeters B., De Roeck G., (1999), "Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis", Mechanical Systems and Signal Processing, 13 (6), pp. 855-878.
- Peeters B., De Roeck G., (2001), "Stochastic system identification for operational modal analysis: A review. Journal of Dynamic Systems", Measurement and Control, 123 (4), pp. 659-667.
- Peeters B., Van der Auweraer H., (2005), "Recent developments in operational modal analysis", *EURODYN 2005*, C. Soize & G.I Schueller (eds), Millpress, Rotterdam, pp. 149-154.
- Safak E., (1995), "Detection and identification of soil-structure interaction in buildings from
- vibration recordings", *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 121 (5), pp. 899-906. Sohn H., Law K.H., (1997), "Bayesian probabilistic approach for structural damage detection", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26, pp. 1259-1281.
- Teughels A., De Roeck G., Suykens J.A.K., (2003), "Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating", Computers and Structures, 81 (24-25), pp. 2337-2351.
- Vanik M.W., Beck J.L., Au S.K., (2000), "Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring", Journal of Engineering Mechanics (ASCE), 126 (7), pp. 738-745.
- Verboven P., (2002), "Frequency domain system identification for modal analysis", PhD Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Belgium.
- Werner S.D., Beck J.L., Levine M.B., (1987), "Seismic response evaluations of Meloland road overpass using 1979 Imperial Valley earthquake records", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 15, pp. 249-274.
- Yuen K.V., (2002), "Model selection identification and robust control for dynamical systems", PhD. Thesis, EERL Report 2002-03, Caltech, Pasadena.
- Zitzler E., Thiele L., (1999), "Multi-objective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach", *IEEE Transactions on Evolutionary* Computation, 3, pp.257-271.